PROBLEMAS PROPUESTOS DE INTEGRACIÓN DE CAMPOS ESCALARES Y VECTORIALES: NIVEL INTRODUCTORIO.

1. Calcular $\int_L \mathbf{F}\cdot\mathbf{dl}$ en los siguientes casos:

   a) $\mathbf{F}=(x^2-2xy)\mathbf{1x}+(y^2-2xy)\mathbf{1y}$, donde L es el arco de la parábola y=x^2 entre los puntos (–1, 1, 0) y (1, 1, 0)

   b) $\mathbf{F}=(2a-y)\mathbf{1x}+x\mathbf{1y}$, donde L es el contorno descrito por:

   $\mathbf{r}(t)=a\,(t-\operatorname{sen} t)\,\mathbf{1x}+a\,(1-\cos t)\,\mathbf{1y}+0\,\mathbf{1z}$, con $0\le t\le 2\pi$

   c) $\mathbf{F}=(x-y)\mathbf{1x}+(y-x)\mathbf{1y}$, donde L es la elipse $(x/4)^2+(y/2)^2=1$ en el plano XY recorrida en sentido antihorario

2. Calcular $\int_L F\,dl$ en los siguientes casos:

   a) $F = x + y$, L es el arco de la parábola $y = x^2$ entre los puntos (–1, 1) y (1, 1) en el plano XY

   b) $F = y^2 – x^2$, donde L es el triángulo de vértices (0, 0, 0), (1, 0, 0) y (0, 1, 0), recorrido en sentido horario

   c) $F = 3\cos(\pi x)\operatorname{sen}(\pi x)\cos(\pi y)$, donde L es el triángulo de vértices (0, 0, 0), (1, 0, 0) y (0, 1, 0), recorrido en sentido antihorario

   d) $F = 3x^2-5y^3$, donde L es la circunferencia $(x-2)^2+y^2=4$ en el plano XY recorrida en sentido horario

3. Calcular $\int_S \mathbf{F}\cdot\mathbf{da}$ en los siguientes casos:

   a) $\mathbf{F}=(x^2-2xy)\mathbf{1x}+(y^2-2xy)\mathbf{1y}$, S es la región de la superficie del plano y = 1 acotada por las rectas x = 0, z = 2 y z = 2x

   b) $\mathbf{F}=(x^2-2xy)\mathbf{1x}+(y^2-2xy)\mathbf{1y}$, S es la región de la superficie del plano y = –1 acotada por la recta z = 2x y la parábola $z = x^2 - 4x$

   c) $\mathbf{F}=2xy\,\mathbf{1x}-x^2\,\mathbf{1y}$, S es la región de la superficie del cilindro ρ = 2 con $0 \leq \phi \leq \pi/2$, $2 \leq z \leq 4$

4. Calcular $\int_S F\,da$ en los siguientes casos:

   a) $F = \eta_0 \cos\theta$, S es la superficie del hemisferio $r = a$ con $z \geq 0$

   b) $F = \eta_0\,\mathrm{sen}\phi$, S es la superficie del disco $\rho \leq a$ en el plano XY

5. Calcular $\int_V F\,dV$ en los siguientes casos:

   a) $F = \eta_0 \cos\theta$, V es el volumen del hemisferio $r \leq a$ con $z \geq 0$

   b) $F = \eta_0\,\mathrm{sen}\phi$, donde V es el volumen limitado por la esfera r = 4 y el cono $\theta = \pi/4$

   c) $F = 3x - 5z^2$, donde V es el sector esférico definido por $\{2<r<4,\ 0<\theta< \pi/4,\ 0<\phi< 3\pi/4\}$

Profesor Orlando J. Sucre Rosales, ©2009
Departamento de Electrónica y Circuitos, Universidad Simón Bolívar, Caracas, Venezuela